

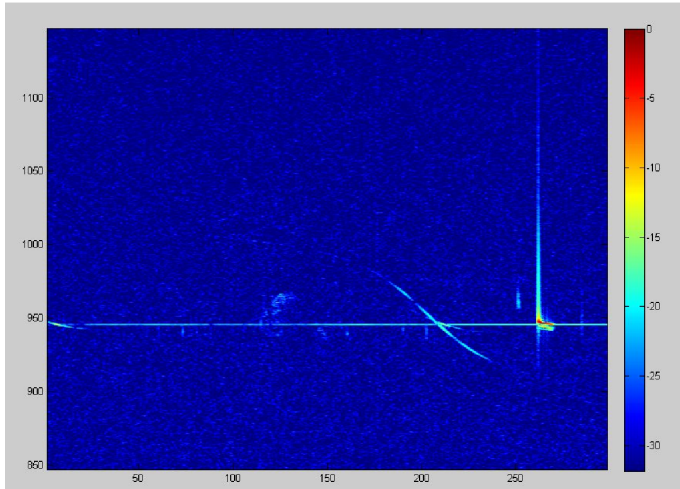
Forward Scattering : calcul de la vitesse d'un météoroïde qui génère un "head Echo"

Dans cet exposé, nous montrons que la vitesse d'un météoroïde qui génère un "head echo" ne dépend que de la pente du Doppler et de la valeur de la moitié de la première zone de Fresnel.

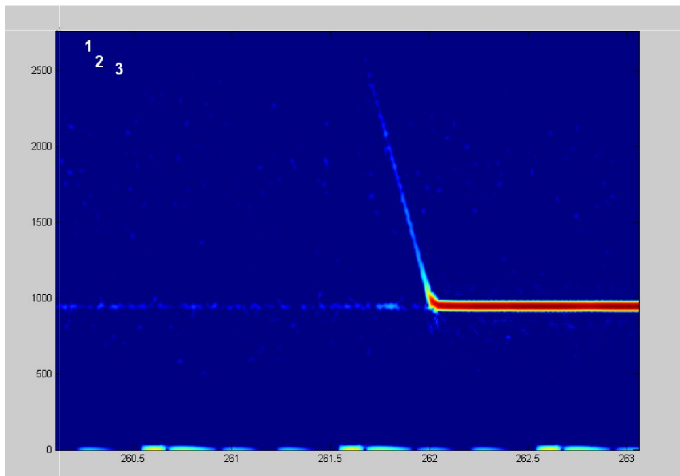
Nous montrons également que notre nouvelle formule est cohérente avec une formule donnée par Richardson J. (1998).

Head Echo

Sur la figure suivante, on constate une variation brutale de la fréquence à l'avant de l'écho.



Un zoom sur le spectrogramme montre la variation linéaire de la fréquence à l'avant de l'écho. On appelle ce phénomène un "head echo". La pente permettra de calculer la vitesse du météoroïde.



Quelle est la relation entre la vitesse du météoroïde et la pente (la dérivée) du Doppler ?

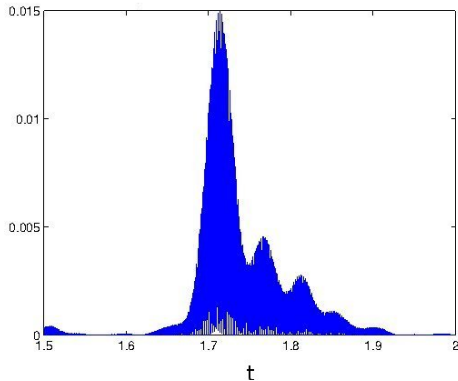
Au point de réflexion spéculaire M, nous obtenons la nouvelle formule suivante :

$$v = MM_1 \sqrt{-\frac{\partial Doppler_{total}}{\partial t}} \quad (1)$$

Où MM_1 est la longueur de la moitié de la première zone de Fresnel.

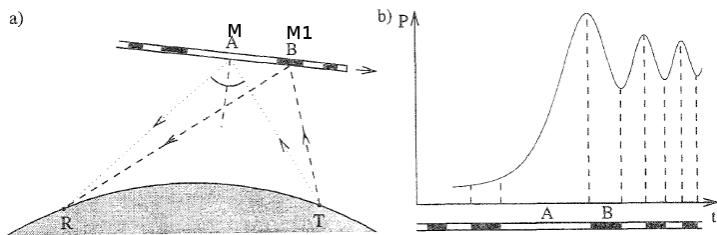
Oscillations de Fresnel

Un écho underdense a un profil exponentiel mais présente le plus souvent des oscillations.



On appelle ces oscillations des "oscillations de Fresnel".

<http://www.imo.net/radio/reflection>

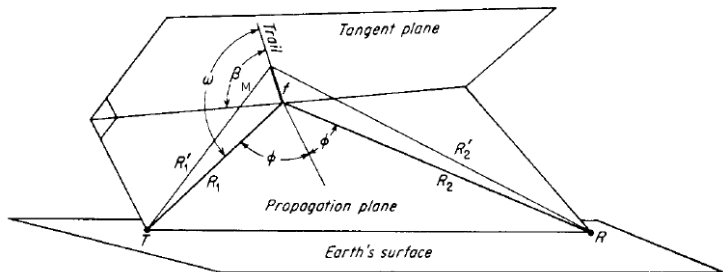


La longueur de la traînée correspondant à la moitié de la première zone de Fresnel est également liée aux propriétés géométriques du problème. Selon McKinley (1961 p.238) :

$$f = MM_1 = \sqrt{\frac{\lambda R_T R_R}{(R_T + R_R)(1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \beta_M)}}$$

où φ est la moitié de l'angle sous lequel le point de réflexion voit le segment Emetteur-Récepteur, β_M est l'angle entre la traînée et le plan de propagation et R_T et R_R sont les distances du point de réflexion à l'émetteur et au récepteur respectivement.

Géométrie du problème



Dans son article, Chris Steyaert(2010) donne les formules du Doppler et de sa dérivée première.

Les formules du Doppler fournies sont :

$$Doppler_T = -\frac{\overrightarrow{TM}}{|\overrightarrow{TM}|} \cdot \vec{v} \frac{f}{c} \text{ pour le Doppler subit par l'onde incidente.}$$

$$Doppler_R = -\frac{\overrightarrow{RM}}{|\overrightarrow{RM}|} \cdot \vec{v} \frac{f}{c} \text{ pour le Doppler subit par l'onde réfléchie.}$$

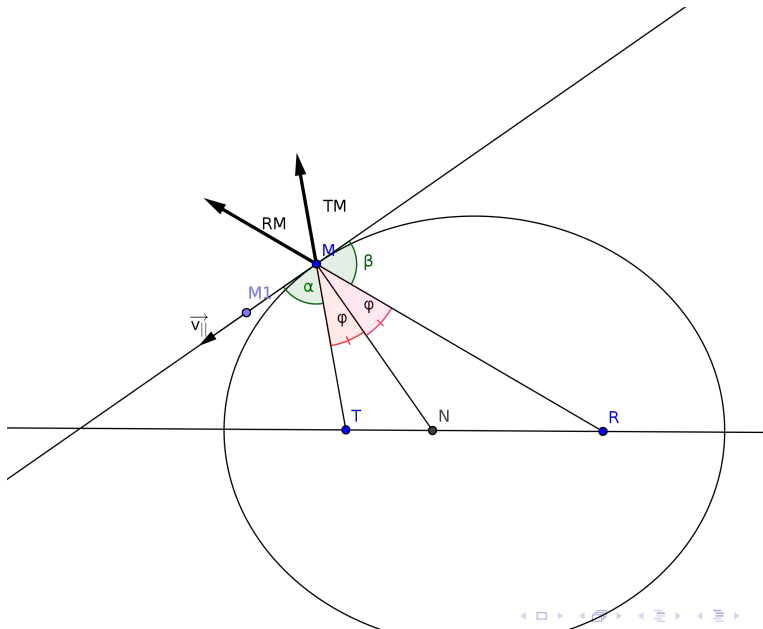
Au point de réflexion spéculaire, nous allons décomposer la vitesse du météoroïde en sa composante située dans le plan de propagation (\vec{v}_{\parallel}) et sa composante (\vec{v}_{\perp}) perpendiculaire au plan de propagation.

On a :

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}, \vec{v}_{\perp} \perp \overrightarrow{TM} \text{ et } \vec{v}_{\perp} \perp \overrightarrow{RM}$$

$$\text{De plus } v_{\parallel} = v \cos \beta_M.$$

Géométrie dans la plan de propagation



Nous allons montrer que cette formule est équivalente à la formule suivante.

$$Doppler_{total} = \frac{v_{\parallel}}{c} (\cos \alpha - \cos \beta)$$

Ceci est ce que nous obtenons en généralisant une formule développée par Felix Verbelen (à paraître)

Démonstration de la formule du Doppler

D'après les formules de Chris Steyaert(2010), on a :

$$Doppler_T = -\frac{\overrightarrow{TM}}{|\overrightarrow{TM}|} \cdot \vec{v} \frac{f}{c} = +\frac{v_{\parallel} f}{c} \cos \alpha.$$

De la même manière :

$$Doppler_R = -\frac{\overrightarrow{RM}}{|\overrightarrow{RM}|} \cdot \vec{v} \frac{f}{c} = -\frac{v_{\parallel} f}{c} \cos \beta.$$

En examinant la figure, on constate d'ailleurs que :

$$\overrightarrow{TM} \cdot \vec{v} < 0 \text{ et } \overrightarrow{RM} \cdot \vec{v} > 0$$

Puisque le point M est le point de réflexion spéculaire, on a également :

$$\alpha = \beta = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

Le Doppler total est donc nul au point de réflexion spéculaire, ce qui est normal.

Les formules (15) et (16) de Chris Steyaert(2010) pour le calcul de la dérivée du Doppler total sont les suivantes.

3.2 Doppler shift derivative

Similar to the Doppler shift itself, the derivative or slope of the Doppler shift for receiver 'i' is the sum of two parts:

$$\frac{\partial Doppl_i}{\partial t} = \frac{\partial Doppl_T}{\partial t} + \frac{\partial Doppl_{R_i}}{\partial t} \quad (14)$$

Assuming a time independent velocity vector \bar{v}

$$\frac{\partial Doppl_T(t)}{\partial t} = -\frac{1}{|\overline{TM}|} \left[v^2 - \frac{(\overline{TM} \cdot \bar{v})^2}{TM^2} \right] \frac{f}{c} \quad (15)$$

$$\frac{\partial Doppl_{R_i}(t)}{\partial t} = -\frac{1}{|\overline{R_iM}|} \left[v^2 - \frac{(\overline{R_iM} \cdot \bar{v})^2}{R_iM^2} \right] \frac{f}{c} \quad (16)$$

Elles deviennent :

$$-\frac{\partial Doppler_{total}}{\partial t} = \frac{f}{c} \left(\frac{v^2}{TM} - \frac{v_{\parallel}^2 \cos^2 \alpha}{TM} + \frac{v^2}{RM} - \frac{v_{\parallel}^2 \cos^2 \beta}{RM} \right)$$

Puisque **nous calculons la vitesse au point de réflexion spéculaire M**, nous avons :

$$\alpha = \beta = \frac{\Pi}{2} - \varphi$$

$$-\frac{\partial Doppler_{total}}{\partial t} = \frac{f}{c} \left(\frac{1}{TM} + \frac{1}{RM} \right) (v^2 - v_{\parallel}^2 \sin^2 \varphi)$$

Comme $v_{\parallel} = v \cos(\beta_M)$, la relation précédente devient :

$$-\frac{\partial Doppler_{total}}{\partial t} = \frac{f}{c} \left(\frac{1}{TM} + \frac{1}{RM} \right) (v^2 - v^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \beta_M)$$

Nous déduisons ainsi la vitesse v du météoroïde :

$$v^2 = -\frac{\partial Doppler_{total}}{\partial t} \left(\frac{TM \cdot RM}{TM + RM} \right) \left(\frac{1}{1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \beta_M} \right) \frac{c}{f}$$

Puisque $\lambda = \frac{c}{f}$ et en prenant la racine carrée des deux membres, on trouve la relation cherchée.

Si la trajectoire se trouve dans le plan de propagation, alors $v_{\perp} = 0$ et $\cos \beta_M = 1$.

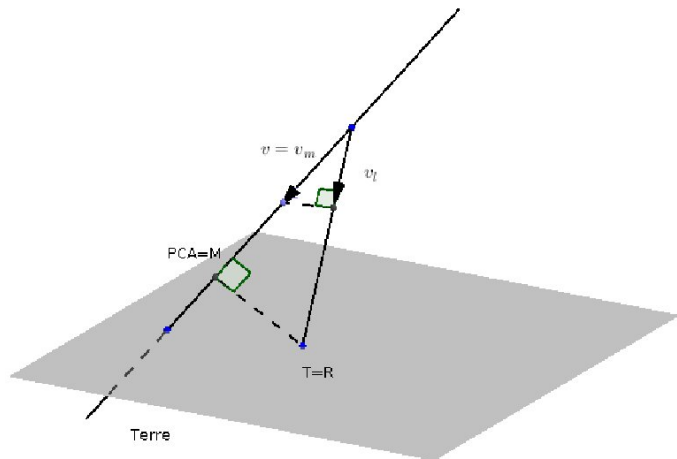
Si ce plan de propagation est vertical, Felix Verbelen a démontré dans un article non encore publié que MM1 peut être calculé si la hauteur d'ionisation du météoroïde et l'élévation de la trajectoire sont connues.

On peut estimer que la hauteur est comprise entre 85km et 110km.

Quant à l'élévation de la trajectoire, elle est connue dans le cas d'un essaim : c'est l'élévation de son radian.

Second cas particulier : le cas du backscattering

Dans le cas du backscattering, on : $TM = RM$ et $\varphi = 0^\circ$.
La situation est la suivante :



La relation fournissant la moitié de la première zone de Fresnel devient :

$$MM1 = \sqrt{\lambda \frac{TM}{2}}$$

et

$$v = MM1 \sqrt{-\frac{\partial Doppler_{total}}{\partial t}}$$

Ces formules sont identiques aux relations fournies par Richardson(1998).

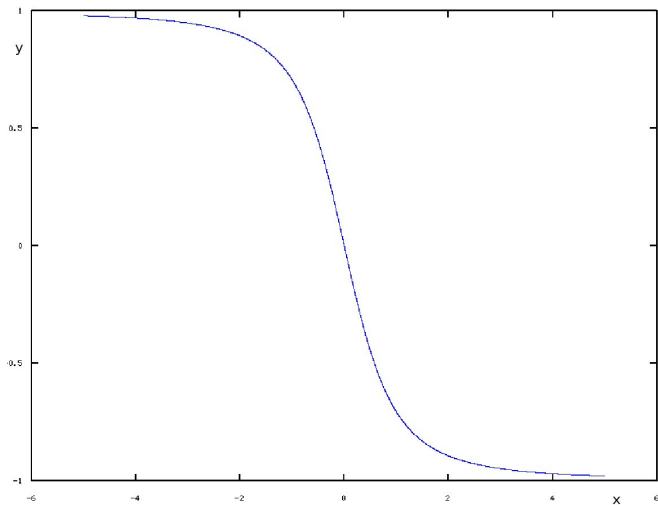
$$\Delta f = -sign(\Delta t) \sqrt{\left(\frac{2f_0}{c}\right)^2 \frac{v_m^2}{\frac{r_0^2}{v_m^2 \Delta t^2} + 1}}$$

qui devient dans nos notations :

$$\Delta f = -sign(\Delta t) \sqrt{\left(\frac{2f}{c}\right)^2 \frac{v^2}{\frac{TM^2}{v^2 \Delta t^2} + 1}}$$

$$\text{Avec } \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{\partial Doppler_{total}}{\partial t}$$

Cette courbe est du type $y = \pm \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{x^2} + 1}}$



C'est la courbe typique de la trace d'un avion.

Pour un head echo, la pente est très raide donc la vitesse est très grande.

Si on prend la portion de cette courbe près du point de réflexion spéculaire ($\Delta t \ll$), l'équation générale se simplifie car le facteur 1 du dénominateur devient négligeable.

$$\Delta f \simeq -\text{sign}(\Delta t) \sqrt{\left(\frac{2f}{c}\right)^2 \frac{v^2}{TM^2} - \frac{1}{v^2 \Delta t^2}}$$

D'où :

$$\Delta f \simeq -\frac{2fv^2}{cTM} \Delta t$$

ou

$$v = \sqrt{-\frac{c}{f} \frac{TM}{2} \frac{\Delta f}{\Delta t}}$$

qui est identique à notre relation.

Je remercie vivement Felix Verbelen pour les nombreux échanges que nous avons eus à propos de ce sujet

- 1 McKinley D.W.R.(1961) "*Meteor Science and Engineering*". McGraw-Hill p.288.
- 2 Richardson J., Kuneth W.(1998) "*Revisiting the Radio Doppler Effect from Forward-scatter Meteor Head Echoes*". WGN, Journal of the IMO, **26** :3,p.121.
- 3 Steyaert C., Verbelen F. and de VVS Beacon Observers (2010) "*Meteor Trajectory from Multiple Station Head Echo Doppler Observations*". WGN, Journal of the IMO, **38** :4,pp.119-120.